



تمرین سری پنجم اقتصاد کلان ۱

دستیاران درس: محمدمهدی جراحی - ابوالفضل جوادریاد - مجتبی صالحی - علی عبدلی - محمد علانی

توضیح: بخش اعظم نمره به گویایی، تمیزی نوشتار، و بیان دقیق ساختارهای مدل سازی تعلق می‌گیرد. در ارائه‌ی پاسخ به سوالات اگر از قضیه و یا مساله‌ای که پیش‌تر حل شده است استفاده می‌کنید حتماً صورت دقیق آن را ذکر کنید. اگر مساله‌ای نیازمند محاسبه است، محاسبات را به طور کامل بنویسید.

سوال ۱. الگوی CiA را در نظر بگیرید که در آن تابع مطلوبیت خانوار نمونه در دوره t به صورت زیر است:

$$U(c_t, l_t) = \gamma \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + (1-\gamma) \frac{l_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

که در آن $0 < \gamma < 1$ و $0 < \sigma < 1$ و l_t میزان استراحت در دوره‌ی t و c_t مقدار کالای مصرفی در دوره‌ی t است. خانوارها می‌توانند در هر دوره‌ی t بخشی از ثروت خود را به صورت پول نقد نگهداری کنند (برای خرید کالای مصرفی در ابتدای هر دوره) و بخشی دیگر را نیز با نرخ R_t قرض دهند. نرخ رشد عرضه‌ی پول توسط دولت را برابر μ در نظر بگیرید که پول چاپ شده در هر دوره به صورت یکجا به خانوارها پرداخت می‌شود. همچنین تابع تولید بنگاه نمونه به صورت زیر می‌باشد:

$$Y_t = f(l_t) = l$$

(الف) مسئله‌ی بیشینه‌سازی مطلوبیت خانوار نمونه را بیان کرده و شروط مرتبه اول آن را به دست آورید.

(ب) مسئله بیشینه‌سازی سود بنگاه نمونه را بیان کرده و شرط مرتبه اول آن را به دست آورید.

(پ) شروط تسویه بازار را بنویسید.

(ت) مقادیر تعادلی بلندمدت در این اقتصاد با رقابت کامل را به دست آورید. اثر نرخ رشد پول بر مقادیر تعادلی به دست آمده چگونه است؟ آن را تفسیر کنید.

(ه) با فرض $\sigma = \gamma = 0.5$ به ازای چه مقدار از μ ، مقادیر تعادلی به دست آمده بهینه پارتو خواهند بود؟

سوال ۲. در الگوی CiA پایه‌ای، سرعت گردش پول برابر ۱ به دست می‌آید. در حالی که سرعت گردش پول بر پایه‌ی اتحاد $YP = MV$ متغیر است. لوکاس و استوک (۱۹۸۵) در الگوی نقدینگی-اعتبار، $Credit - Cash$ ، به جای ۱ کالای مصرفی، دو کالای c_1 و c_2 را در نظر می‌گیرند که کالای نخست محدود به قید نقدینگی است ولی دومی به صورت اعتباری نیز قابل خریداری است. فرض کنید تابع مطلوبیت خانوار نمونه را به شکل زیر

$$U(c_{1t}, c_{2t}, l_t) = \alpha \ln(c_{1t}) + (1-\alpha) \ln(c_{2t}) + \gamma l_t, \quad 0 < \alpha < 1, \quad \gamma > 0$$

تعریف می‌کنیم که در آن l_t میزان استراحت، c_{1t} نشانگر کالایی که تنها با پول به قیمت p_t و نقدی خریداری شده و c_{2t} نمایانگر کالایی است که با استفاده از اعتبار، در دوره‌ی t ، خریداری می‌شود. خانوارها می‌توانند در هر دوره‌ی t مالک دو گونه دارایی شامل پول نقد m_t یا اوراق قرضه‌ی دولت b_t باشند که به اوراق قرضه بهره‌ی R_t تعلق می‌گیرد. خانوار نمونه به دنبال بیشینه کردن مطلوبیت خود با دو گونه محدودیت است.

(آ) قید از گونه‌ی نقدینگی CiA و نیز قید منابع را با توجه به اطلاعات داده شده برای این مساله بیان کنید.

(ب) مساله‌ی بیشینه‌یابی مطلوبیت خانوار را بیان کرده، و پس از بیان مشتق‌های جزئی مرتبه‌ی نخست و با استفاده از آن، عبارتی برای سهم کالاهای نقدی در مصرف کل به عنوان تابعی از نرخ بهره بنویسید.

(ج) رابطه‌ای با ذکر جزییات ریاضی بنویسید که بیانگر سرعت پول در این اقتصاد باشد. توضیح دهید که آیا این الگو معقول است؟ برای گفته‌ی خود دلیل بیاورید.

سوال ۳. یک اقتصاد با الگوی نسل‌های همپوش دارای دو دوره زندگی برای هر فرد را در نظر بگیرید. در هر دوره، افراد جوان وجود دارند که به تازگی متولد شده‌اند و افراد پیری که در دوره پیش به دنیا آمده‌اند. افراد جوان کار می‌کنند و درآمد y_t را کسب می‌کنند، در حالی که افراد پیر بازنشسته شده‌اند و درآمدی ندارند. بازار اعتباری کامل با نرخ سود r وجود دارد که افراد و دولت می‌توانند از آن برای انتقال ثروت در طول دوره‌ها استفاده کنند. فرض کنید درآمد با نرخ ثابت g در هر دوره رشد می‌کند. همچنین تعداد N_t افراد متولد شده در دوره‌ی t با نرخ n رشد می‌کند. مصرف نسل t در دوران جوانی با c_y^t و مصرف همان نسل در دوران پیری با c_o^t نشان داده می‌شود. تابع مطلوبیت نسل t به صورت زیر است:

$$U(c_y^t, c_o^t) = \ln c_y^t + \alpha \ln c_o^t, \quad \alpha > 0$$

گفتمی است که برای سادگی، فرض می‌کنیم که افراد نسبت به مصرف در دوران جوانی و پیری ارزش برابر قائلند.

- (آ) مسئله‌ی بهینه‌سازی خانوار را تنظیم و بیان کرده و از آن مقدار مصرف بهینه و پس‌انداز خصوصی را به دست آورید.
- (ب) فرض کنید یک سیستم بازنشستگی تامین‌شده را معرفی می‌کنیم که در آن واریزی‌ها در بازار اعتباری سرمایه‌گذاری می‌شود. دولت به جوانان مالیات نسبی برای تامین هزینه‌های بازنشستگی اختصاص می‌دهد و در زمان بازنشستگی، درآمد حاصل را به همان کارگران باز می‌گرداند. مسئله‌ی بهینه‌یابی مطلوبیت خانوار را برای طرح تامین کامل اعتبار انجام داده و سپس مصرف بهینه و پس‌انداز خصوصی را به دست آورید. توضیح دهید چگونه این سیستم بر مصرف تاثیر می‌گذارد؟ چطور پس‌انداز خصوصی در پاسخ به تغییرات پاسخ می‌دهد؟ تفسیر این نتیجه را توضیح دهید.

سوال ۴. اقتصادی با الگوی نسل‌های همپوش در نظر گرفته و فرض کنید که تولید در دوره t تابعی تصادفی از ساعت کار خانوار است:

$$Y_t = z_t n_t$$

که در آن z_t تکانه‌ی بهره‌وری تصادفی است که در دوره‌ی t محقق می‌شود. همچنین فرض کنید z یکی از دو مقدار را در هر دوره می‌گیرد، بدین معنی که $z \in \{z_L, z_H\}$ و $z_H > z_L$. این تکانه برای همه نسل جوان در اقتصاد مشترک بوده و z در طول زمان iid است. نسل جوان از ارزش کنونی و هم ارزش‌های پیش از بهره‌وری و عرضه پول آگاه است. مقام پولی علاقه‌مند به تثبیت این اقتصاد است. در این سوال به ارزیابی آثار سیاست‌ها پرداخته می‌شود. تابع مطلوبیت خانوار را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$U(c_{t+1}, n_t) = \ln c_{t+1} - n_t^2$$

- (آ) عرضه‌ی پول در دوره‌ی t با رابطه‌ی $M_t = M_{t-1} x_t$ داده می‌شود. فرض کنید که انتقال پول به صورت نسبی است و بانک مرکزی تصمیم گرفته که $x_t = 1$ اگر $z_t = z_H$ و $x_t = \lambda$ اگر $z_t = z_L$ را در نظر بگیرد. توضیح دهید چگونه انتخاب λ بر سطوح تعادلی تولید و اشتغال تاثیر می‌گذارد؟ آیا SREE وجود دارد که در آن تولید و اشتغال مستقل از نقل و انتقالات پول باشد؟ ضمن بیان جزئیات ریاضی در فرآیند پاسخ به این سوال، یک SREE برای این اقتصاد تعریف کنید.
- (ب) در بخش پیش، فرض کنید که انتقال پول به جای نسبی، یک‌جا انجام پذیرد. دوباره به بخش پیشین به صورت دقیق پاسخ دهید.

سوال ۵. الگوی نسل‌های همپوش با تابع مطلوبیت زیر را در نظر بگیرید:

$$U(c_{t+1}, n_t) = \ln c_{t+1} - \frac{1}{4} n_t^2$$

مخارج برون‌زای دولت برای تامین کالای عمومی امنیت تصادفی بوده و و از یک تابع توزیع iid تبعیت می‌نماید. این مخارج از طریق مالیات تورمی تامین مالی می‌شود. بنابراین عرضه‌ی پول در دست دولت بوده و سینیوریز برای وی ایجاد می‌نماید. خانوارها با در اختیار داشتن تکنولوژی خطی $y_t = n_t$ ، در جوانی به تولید می‌پردازند. در زمان t ، خانوارها نسبت به سطح قیمت‌های P_t آگاهند ولی عرضه‌ی تصادفی دوره‌ی بعد x_{t+1} نامشخص است.

- (آ) مسئله‌ی نسل t را نوشته و تعادل رقابتی را تعریف نمایید.
- (ب) آیا در این مسئله تعادل بلندمدت (مانا) وجود دارد؟ اگر بله، روابط تعادلی را در بلندمدت نوشته و تخصیص‌های تعادلی بلندمدت را به صورت تابعی از پارامترهای مسئله به دست آورید.
- (ج) رابطه‌ی سینیوریز در تعادل را نوشته، و آن را در بلندمدت بر حسب پارامترهای مسئله بیابید.